

## XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje

### “ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE RESALTOS HIDRÁULICOS EN TUBERÍAS FLUYENDO PARCIALMENTE LLENAS”

*Laura Montaña (1), Juan Saldarriaga (2), Diego Páez (3)*

(1) Investigadora, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª N° 18ª – 10, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3520, le.montano110@uniandes.edu.co

(2) Profesor Titular, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª N° 18ª – 10, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 1744, jsaldarr@uniandes.edu.co

(3) Profesor Instructor, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª N° 18ª – 10, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 1744, da.paez27@uniandes.edu.co

#### RESUMEN

El resalto hidráulico es un fenómeno generado cuando existe un cambio de flujo supercrítico a flujo subcrítico causado por un obstáculo aguas abajo. Éste estudio analiza el comportamiento de los resaltos hidráulicos en tuberías a partir del análisis del comportamiento de las profundidades subsecuentes, la longitud del resalto, las pérdidas de energía y la distribución de velocidades mediante datos experimentales obtenidos en un modelo construido en laboratorio. El análisis realizado permite predecir la generación del fenómeno de sobrecarga, y confirma que los parámetros más influyentes en la generación del resalto son la pendiente, el caudal y el Número de Froude.

**Palabras claves:** Resalto hidráulico, profundidades subsecuentes, sistemas de alcantarillado, disipación de energía, distribución de velocidades.

#### ABSTRACT

Hydraulic jumps are generated when the flow regime suffers a transition from supercritical to subcritical usually result from downstream-located obstruction. This study analyzes the subsequent depths, length, energy dissipation and velocity behavior in the hydraulic jump. We used a Plexiglass pipe to physically model the hydraulic jump behavior. The results of this study let predict the overflow generation, and the importance of the slope, flow and Froude Number in the analysis of the hydraulic jump.

**Key words:** Hydraulic jump, subsequent depths, sewer systems, energy dissipation, velocity distribution.

#### SOBRE EL AUTOR PRINCIPAL

**Autor 1:** Ingeniera Ambiental y estudiante de maestría en recursos hídricos e hidroinformática de la Universidad de los Andes. Asistente Graduada del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados CIACUA del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de los Andes. Investigadora del Centro de Investigación Estratégica del Agua (CIE-AGUA) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes.

## INTRODUCCIÓN

El resalto hidráulico es un fenómeno generado cuando existe un cambio de flujo supercrítico a subcrítico. Este fenómeno ocurre por la presencia de altas pendientes u obstáculos (como las compuertas) que generan un aumento importante del flujo aguas abajo, afectando las condiciones del flujo aguas arriba. Es importante tener en cuenta que a medida que el flujo sea más supercrítico, la profundidad subsecuente del resalto será mayor disipando más energía; por el contrario, cuando la profundidad subsecuente aguas arriba del resalto es mayor (flujo menos supercrítico), la profundidad subsecuente será muy similar y en algunos casos, no se forma resalto.

Los principales parámetros de un resalto hidráulico son: las pérdidas de energía, la longitud del resalto, la localización y el comportamiento de la distribución de velocidades. Las pérdidas de energía son causadas por la turbulencia generada en el resalto, y se calculan como la diferencia de la energía específica entre el flujo aguas arriba y el flujo aguas abajo. La longitud del resalto se mide desde el lugar donde inicia la turbulencia hasta el lugar donde finaliza; según la literatura encontrada, existen relaciones empíricas que permiten encontrar la longitud del resalto hidráulico dependiendo del número de Froude y de la altura del flujo aguas arriba del resalto en canales rectangulares, trapeziales, triangulares y en el caso de tuberías circulares existen ecuaciones empíricas que dependen del Número de Froude y las profundidades subsecuentes; sin embargo es un parámetro con alta incertidumbre, dada la dificultad de medir resaltos cuando la tubería se presuriza. Por otra parte, la localización del resalto varía de acuerdo con el impacto que genere el obstáculo que se encuentre aguas abajo; por lo tanto, es una variable que en estudios del resalto en el laboratorio puede ser modificada. Por último, la distribución de velocidades es un parámetro difícil de identificar dada la turbulencia que se presenta en la zona del resalto y no hay estudios previos realizados para resaltos hidráulicos en tuberías circulares.

## ANTECEDENTES Y BASE TEÓRICA

El estudio de resaltos hidráulicos en tuberías inició en 1938 bajo la dirección del investigador Kindsvater (1938), quien mediante un modelo experimental analizaba el comportamiento del resalto. Su modelo se basaba en una tubería de 6 pulgadas, 6 m de longitud, y con tres obstrucciones diferentes que generaban el resalto: la primera ocupaba el 40% de la tubería, la segunda el 60% y la

tercera el 80%. A partir del estudio realizado por Kindsvater, varios investigadores desarrollaron ecuaciones, análisis y criterios para estudiar el comportamiento de los resaltos hidráulicos en las tuberías.

Uno de estos investigadores que a partir de la investigación de Kindsvater analizó el comportamiento de resaltos hidráulicos en tuberías fue Silvester (1964). Silvesterevaluó ecuaciones para calcular la profundidad subsecuente del resalto y su respectiva longitud. En cuanto al cálculo de la profundidad subsecuente aguas abajo del resalto hidráulico ( $Y_2$ ), planteó dos ecuaciones diferentes para su cálculo: la primera se usa cuando  $Y_2$  es menor al diámetro, y la segunda se usa para  $Y_2$  mayores al diámetro:

$$k'_2 \frac{d_2 m_2}{d_1 m_1} - k'_1 = F_1^2 \left[ 1 - \frac{m_1}{m_2} \right] \quad (1)$$

$$\frac{m_2 d_2}{m_1 d_1} - \frac{1}{2} \frac{m_2 D}{m_1 d_1} - k'_1 = F_1^2 \left[ 1 - \frac{m_1}{m_2} \right] \quad (2)$$

donde  $k$  equivale a un factor de proporción del flujo respecto al centro de masa,  $d$  representa el nivel del flujo,  $D$  es el diámetro de la tubería,  $m$  el área mojada del flujo y  $F$  el Número de Froude. Es importante aclarar que las dos ecuaciones mostradas anteriormente, son ecuaciones implícitas, por lo cual, para resolverlas se requiere de un método numérico; en el caso de éste estudio, se usó el método de la bisección para todos los casos evaluados.

Por otro lado, para calcular la longitud del resalto hidráulico, Silvester propuso una general para todos los tipos de secciones:

$$\frac{L}{d_1} = K (F_1 - 1)^\alpha \quad (3)$$

donde  $L$  es la longitud del resalto hidráulico, y  $K$  y  $\alpha$  son constantes determinadas según la sección del canal. Para canales circulares, los resultados que se observaban para los datos obtenidos por Kindsvater permiten inferir que a medida que aumenta la relación de llenado aguas arriba del resalto, la longitud del resalto es menor, es decir, a menor Número de Froude menor longitud.

Otro investigador en el tema de resaltos hidráulicos fue Straub (1978), quien propuso ecuaciones semiempíricas para calcular las profundidades subsecuentes en el resalto. Esta ecuación se basa en

calcular la profundidad crítica a partir de la siguiente ecuación:

$$y_c = \left( \frac{1.01}{d^{0.25}} \right) \left( \frac{Q^2}{g} \right)^{0.25} \quad (4)$$

donde  $Q$  es el caudal,  $d$  es el diámetro y  $g$  es la gravedad. Para usar la anterior ecuación, se debe

cumplir que  $0.02 \leq \frac{y_c}{d} \leq 0.85$ . Posteriormente, si la anterior restricción se cumple, entonces se calcula el Número de Froude a partir de la siguiente ecuación:

$$F_1 = \left( \frac{y_c}{y_1} \right)^{1.93} \quad (5)$$

Finalmente, la profundidad subsecuente del resalto hidráulico se calcula dependiendo del valor del Número de Froude, como se muestra en la Tabla 1:

**Tabla 1. Ecuaciones para el cálculo de las profundidades subsecuentes del resalto.**

Condición	Ecuación
$F_1 < 1.7$	$y_2 = \frac{y_c^2}{y_1} \quad (6)$
$F_1 > 1.7$	$y_2 = \frac{y_c^{1.8}}{y_1^{0.75}} \quad (7)$

Posteriormente, French (1988) propone un método iterativo para el cálculo de la profundidad subsecuente en el resalto hidráulico en tuberías, igualando el momento aguas arriba y aguas abajo del resalto hidráulico:

$$\left( \frac{Q^2}{gA_1} \right) + \bar{z}_1 A_1 = \left( \frac{Q^2}{gA_2} \right) + \bar{z}_2 A_2 \quad (8)$$

donde  $\bar{z}$  es la distancia desde la superficie de agua hasta el centroide de masa,  $A$  el área mojada,  $Q$  el caudal y  $g$  la gravedad (Akan, 2006).

En 1999 el investigador Hager (1999) realizó un proyecto en un nuevo modelo, con un diámetro de 240 mm, pendiente de 0.5%, y una longitud de 6 m (25 veces el diámetro de la tubería). Éste nuevo modelo lo planteó para comprobar la Ecuación 9 y la Ecuación 10, las cuales fueron deducidas matemáticamente:

$$1 + 2F_1^2 = Y^{2.5} + 2F_1^2 Y^{-1.5} \quad (9)$$

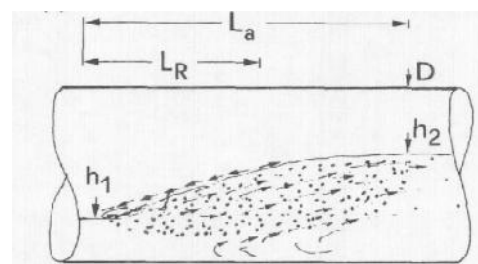
la cual para  $F > 2$  se puede simplificar a:

$$Y = 1.16 F^{0.25} \quad (10)$$

Posteriormente, el modelo experimental permitió concluir que la Ecuación 10 se representaba mejor con la Ecuación 11:

$$Y = 1.00 F_1^{0.90} \quad (11)$$

También pudo identificar la longitud del resalto, estudiada desde dos perspectivas: longitud de aireación ( $L_a$ ) y longitud de recirculación ( $L_r$ ) como se observa en la Figura 1:



**Figura 1. Longitudes del resalto hidráulico en tuberías. (Hager, 1999)**

La longitud de recirculación ( $L_r$ ) se mide desde el extremo aguas arriba de los remolinos hasta el punto de estancamiento. Por lo tanto, para expresar una ecuación que determine la longitud de recirculación del resalto hidráulico, Hager y Stahl determinan una relación entre longitud y altura del flujo aguas abajo del resalto:

$$\lambda_r = \frac{L_r}{h_2} \quad (12)$$

$$\lambda_r = 2F_1^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

La longitud de aireación se mide desde el extremo aguas arriba del resalto donde comienzan los remolinos hasta el lugar donde no hay burbujas de aire (Esta longitud es base para encontrar la longitud del resalto). Para determinarla, Hager y Stahl nuevamente calcularon una relación entre la longitud del resalto y la profundidad aguas abajo del resalto y encontraron una ecuación en función del número de Froude:

$$\lambda_a = \frac{L_a}{h_2} \quad (14)$$

$$\lambda_a = 4F_1^{\frac{1}{2}} = 2\lambda_r \quad (15)$$

En el 2006, la FHWA (Federal Highway Administration) replantea la ecuación planteada por Silvester, modificando las relaciones de área que se muestran anteriormente, por un nuevo coeficiente (C):

$$y_2 < D \quad \frac{K_2 y_2 C_2}{y_1 C_1} - K_1 = F r_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) \quad (16)$$

$$y_2 > D \quad \frac{y_2 C_2}{y_1 C_1} - 0.5 \left(\frac{C_2 D}{C_1 y_1}\right) - K_1 = F r_1^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) \quad (17)$$

También se muestra una aproximación para el cálculo de la longitud en el resalto, la cual depende si la profundidad aguas abajo del resalto es mayor o menor al diámetro de la tubería:

$$y_2 < D \quad \frac{L}{y_1} = 10 F r_1 \quad (18)$$

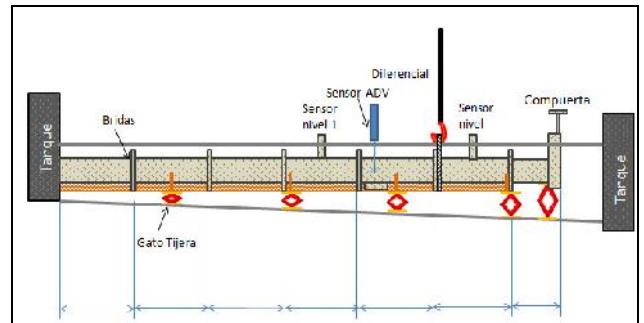
$$y_2 > D \quad L = 7(y_2 - y_1) \quad (19)$$

## DESCRIPCIÓN DEL MODELO Y METODOLOGÍA

El modelo experimental desarrollado está conformado por una tubería de acrílico de 242 mm de diámetro interno, 13 m de longitud, los cuales se dividen en 6 tuberías de 2 m y una tubería de 1 m conectados mediante bridas en acrílico; además la tubería se encuentra sobre un soporte de acero de 12 m de longitud, el cual se divide en 4 secciones de 3 m; por otra parte, la pendiente de la tubería puede variar entre 0 % y 2.5 %, y el caudal puede variar entre 5 L/s y 80 L/s. El resalto se genera por una compuerta aguas abajo de la tubería, la cual permite ubicar el resalto en la posición deseada mediante la apertura o el cierre de la misma.

Adicionalmente, para la medición del resalto, se modificaron tres tubos del montaje; dos tubos presentan una modificación en la parte superior, para ubicar los sensores de nivel, los cuales requieren una zona muerta para medir el nivel de 15 cm; el tercer tubo presenta una apertura en la parte superior de la tubería para ubicar un sensor de velocidad, el cual se usó para medir el comportamiento y la distribución de velocidades en el resalto hidráulico. La variación de la pendiente se realiza mediante unos gatos hidráulicos ubicados en las uniones del soporte y en

la compuerta, y se facilita su uso gracias a la ubicación de una diferencial. A continuación se presenta el esquema para mostrar el montaje realizado:



**Figura 2. Montaje para el análisis de resaltos hidráulicos en tuberías.**

Adicionalmente, cuando el nivel de la tubería aguas abajo del resalto hidráulico se presurizaba, el nivel del flujo se midió mediante piezómetros ubicados cada 20 cm.

Los instrumentos de medición usados en el montaje fueron: Sensor de nivel ultrasónico U – GAGE T30, el cual requiere de una zona muerta de 15 cm y tiene una precisión de 0.25% respecto a la distancia medida; el segundo instrumento es el velocímetro Doppler acústico (ADV), el cual es un sensor que mide la velocidad en las tres dimensiones y tiene una precisión de 0.01 cm/s; para su medición se realizó un montaje que permite variar puntualmente la posición del ADV en las 3 dimensiones; y finalmente el último instrumento es un caudalímetro electromagnético ABB que permite conocer el caudal que entra a la tubería y su precisión es de 0.3% respecto al caudal medido.

Se realizaron dos tipos de pruebas, la primera analizaba el comportamiento de las profundidades subsecuentes del resalto hidráulico y la longitud; la segunda prueba analizaba el comportamiento de la velocidad en el resalto hidráulico. En las dos pruebas se realizó variación de pendiente y caudal; sin embargo, en la primera prueba las pendientes evaluadas se encontraban en el rango de 0.5% y 2.5%, con caudales entre 5 L/s y 80 L/s. En la segunda prueba las pendientes variaron entre 1.2% y 2.5% con caudales entre 19 L/s y 26 L/s. El rango de variación se disminuye dado que para analizar el comportamiento de la velocidad, se requería que el resalto hidráulico se ubicara en un solo lugar, para lo cual, se necesitaban condiciones que generaran un resalto hidráulico estable.

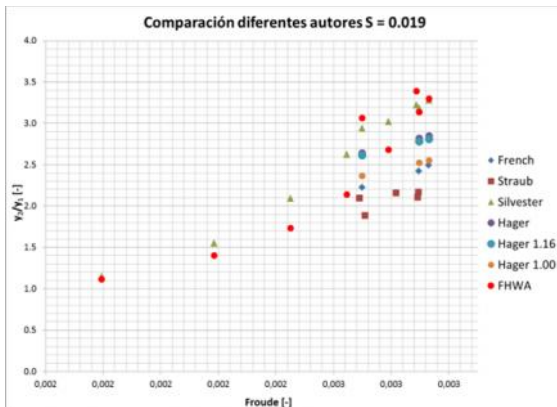
## RESULTADOS

### Comparación con los autores previos

Con el fin de comprobar los resultados que se obtendrían en el montaje, se analizaron cada una de las ecuaciones planteadas por los autores mencionados en antecedentes, y así observar cuál debe ser el comportamiento esperado en el montaje (la solución de las ecuaciones implícitas se realizó mediante el método de la bisección). Las condiciones iniciales evaluadas son las que se encuentran en el montaje:  $k_s = 1.5 \cdot 10^{-6} m$ ,

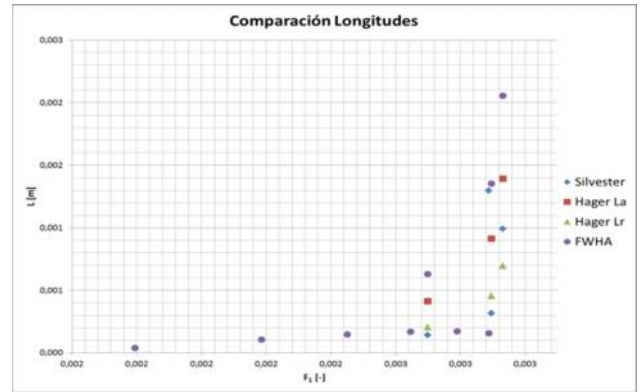
$L = 13 m$ ,  $d = 0.242 m$ ,  $v = 1.14 \cdot \frac{10^{-6} m^2}{s}$  y la pendiente evaluada fue de 1.9%, la cual equivale a la pendiente promedio esperada en el montaje.

Los resultados obtenidos con las ecuaciones planteadas por Silvester, Straub, French, Hager y la FHWA, se muestran en las siguientes gráficas:



**Figura 3. Comportamiento de las profundidades subsecuentes en el resalto hidráulico.**

En la Figura 3 se muestra el comportamiento de la relación entre las profundidades subsecuentes con respecto al Número de Froude. Se observa claramente que existe una tendencia a que aumenta la diferencia entre la profundidad aguas abajo y la profundidad aguas arriba cuando aumenta el Número de Froude. El autor que está por debajo de todos los valores es Straub, teniendo en cuenta que su ecuación no es físicamente basada, sino semiempírica. Y los valores más altos se obtienen con las ecuaciones planteadas por Silvester y la FHWA.



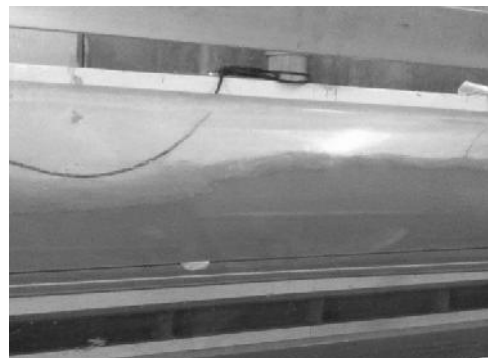
**Figura 4. Longitudes en el resalto hidráulico.**

En la Figura 4 se observa que a medida que aumenta el Número de Froude, aumenta la longitud del resalto hidráulico. Además se observa que cuando se alcanzan valores del Número de Froude superiores a 2.5, aumenta el rango de variación de la longitud.

### Resultados de las pruebas

Los ensayos realizados se basaron en diferentes pendientes. El primer ensayo se realizó para una pendiente del 0.5% y el último ensayo realizado fue para una pendiente del 2.5%. La pendiente del 0.5% presentó en general resaltos muy débiles que no permitían inferir fácilmente cuál era la longitud total del resalto, mientras que en la pendiente del 1.9%, y con caudales mayores a  $0.02 m^3/s$ , se pueden observar resaltos hidráulicos más estables.

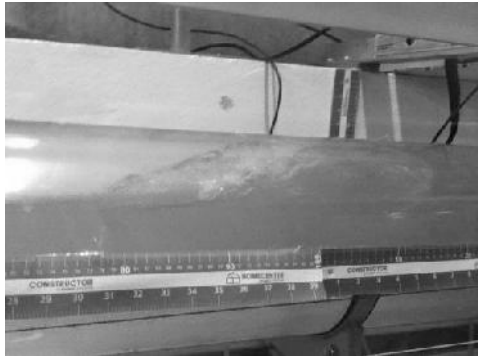
En general, para todas aquellas pendientes menores a 1%, la estabilidad del resalto es muy baja independientemente del caudal analizado; para pendientes mayores a 1% y caudales menores a 10 L/s el resalto también es débil. Para caudales mayores a 50 L/s y cualquier pendiente evaluada, el resalto generaba mucho oleaje, lo que impedía la localización del resalto en un solo sitio. El resalto hidráulico era estable para caudales mayores a 10 L/s y menores a 50 L/s con pendientes mayores a 1%.



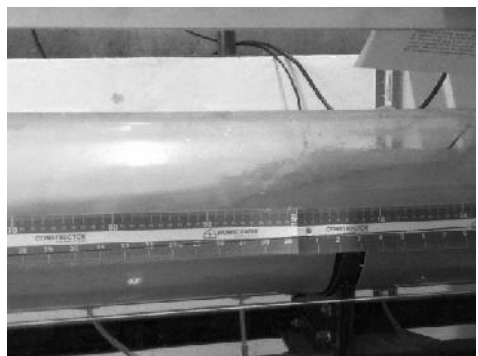
**Figura 5. Resalto hidráulico débil para  $S = 0.007$  y  $Q = 34 L/s$ .**



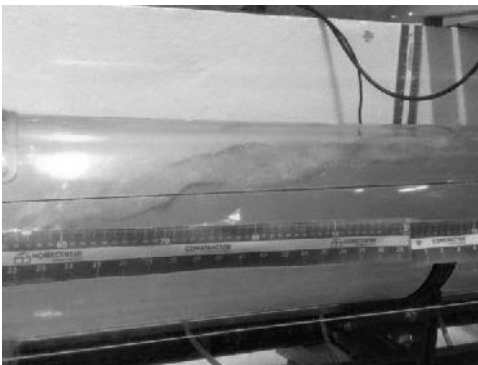
**Figura 6. Resalto hidráulico débil para  $S = 0.011$  y  $Q = 5$  L/s.**



**Figura 7. Resalto hidráulico con oleaje para  $S = 0.013$  y  $Q = 50$  L/s.**



**Figura 8. Resalto hidráulico estable para  $S = 0.011$  y  $Q = 30$  L/s.**

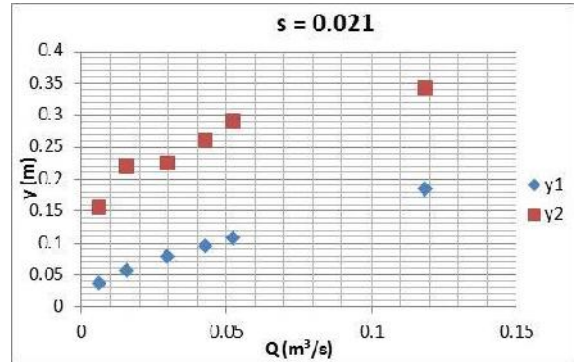


**Figura 9. Resalto hidráulico estable para  $S = 0.019$  y  $Q = 30$  L/s.**

A partir de todos los escenarios evaluados, se graficaron los diferentes comportamientos de la

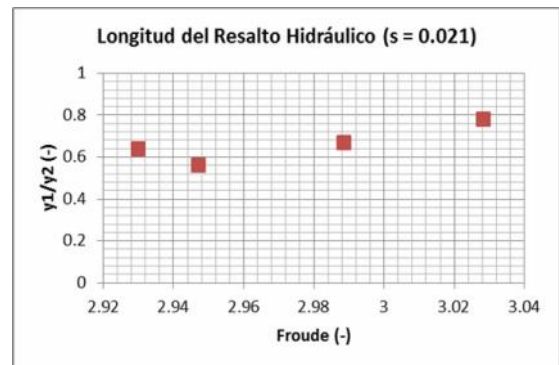
profundidad del resalto hidráulico y la longitud del mismo.

A continuación se presenta el comportamiento de las profundidades subsecuentes y de la longitud del resalto hidráulico para una pendiente de 2.1%:



**Figura 10. Comportamiento profundidades subsecuentes.**

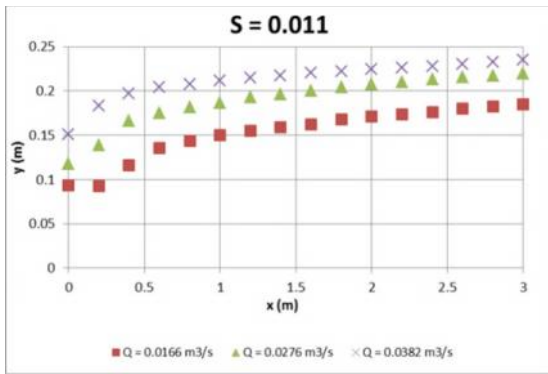
Se puede observar que a medida que aumenta el caudal, aumenta la profundidad subsecuente del resalto hidráulico, sin afectar la diferencia que existe entre la profundidad subsecuente aguas arriba y aguas abajo del resalto.



**Figura 11. Longitudes en el resalto hidráulico.**

En cuanto a la longitud del resalto hidráulico, se puede observar en la Figura 11 que existe cierta tendencia a que aumente ésta a medida que aumenta el Número de Froude. Sin embargo, respecto a los otros escenarios, no es una tendencia general.

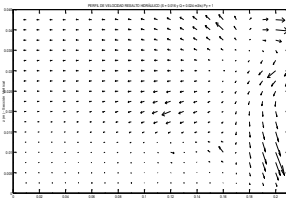
Adicionalmente, se graficó el perfil del resalto hidráulico para todos los escenarios evaluados obtenidos a partir de la medición realizada con los piezómetros. A continuación se muestra el perfil para una pendiente de 1.1% y diferentes caudales:



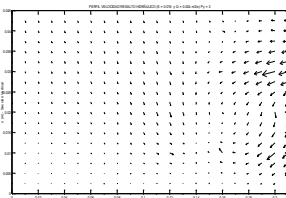
**Figura 12. Perfil de altura en el resalto hidráulico.**

Se puede observar que a mayor caudal, mayor nivel en el flujo. Es importante resaltar, que a pesar de que la variación entre los 3 caudales mostrados es la misma, existe mayor distancia entre los datos tomados con el caudal más bajo ( $0.0166 \text{ m}^3/\text{s}$ ) con respecto al caudal medio, que la distancia existente entre el caudal medio y el caudal más alto medido ( $0.0382 \text{ m}^3/\text{s}$ ). Con éste resultado se podría inferir que a medida que aumenta el caudal, las profundidades subsiguientes aguas abajo del resalto tienden a ser más parecidas entre sí.

Por otra parte, para analizar el comportamiento de la distribución de las velocidades en el resalto hidráulico, se realizó un campo vectorial de los diferentes escenarios evaluados. A continuación se muestran los resultados obtenidos para una pendiente de 1.6 % y un caudal de 24 L/s.

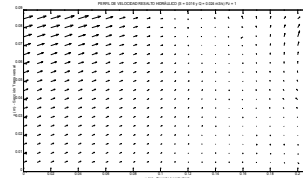


**Figura 13. Distribución velocidades resalto hidráulico para  $P_{y^1} = 0 \text{ m}$  – Vista Perfil.**

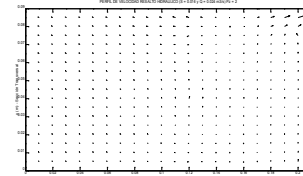


**Figura 14. Distribución velocidades resalto hidráulico para  $P_y = 0.04 \text{ m}$  – Vista Perfil.**

<sup>1</sup> $P_y$  corresponde a la posición medida en la coordenada y (Sección transversal de la tubería).



**Figura 15. Distribución velocidades resalto hidráulico para  $P_{z^2} = 0.01 \text{ m}$  – Vista en Planta.**



**Figura 16. Distribución velocidades resalto hidráulico para  $P_z = 0.02 \text{ m}$  – Vista en Planta.**

El campo vectorial representa la dirección de la velocidad del flujo en diferentes puntos de medición; y en las ilustraciones anteriores se puede observar como varía la dirección de estas partículas independientemente si se realiza un análisis vista en perfil o vista en planta. Es decir, este análisis permite observar los remolinos presentes en un resalto hidráulico, los cuales se generan en el eje vertical de la tubería y en el eje transversal.

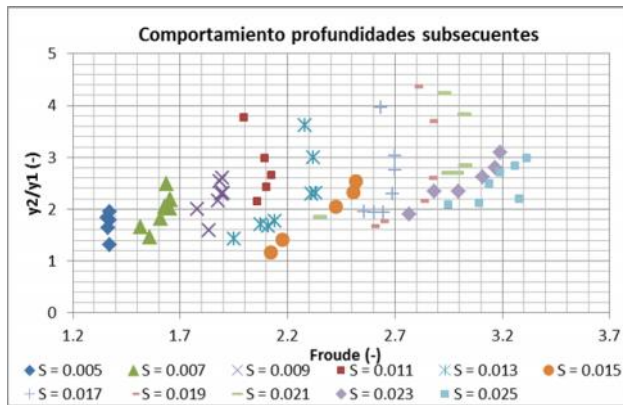
## ANÁLISIS DE RESULTADOS

A partir de los datos obtenidos, se realizaron 4 análisis diferentes: comportamiento de las profundidades subsiguientes en el resalto hidráulico, longitud del mismo, comportamiento de la disipación de energía y el comportamiento de la velocidad del resalto.

### Análisis del comportamiento entre las profundidades subsiguientes

El comportamiento de las profundidades subsiguientes del resalto hidráulico se analizó mediante la comparación entre estas y el Número de Froude, como se observa en la Figura 17:

<sup>2</sup> $P_z$  corresponde a la posición medida en la coordenada z (Sección vertical de la tubería).



**Figura 17. Comportamiento de las profundidades subsecuentes.**

En la Figura 17 se observa un comportamiento similar para los 8 tipos de pendiente evaluados. Además existe cierta tendencia a que cuando la relación entre las profundidades de flujo alcanza el máximo Número de Froude, la gráfica presenta una variación en el sentido de la curva. Por lo tanto, para aquellas relaciones entre las profundidades de flujo que se encuentran por debajo del máximo Número de Froude, a mayor Número de Froude, existe mayor diferencia entre la profundidad aguas abajo del resalto y la profundidad aguas arriba; mientras que cuando los valores son superiores al máximo valor del Número de Froude, este disminuye a medida que la relación entre las profundidades subsecuentes del resalto aumenta. Adicionalmente, aquellos puntos en los cuales se encuentra el máximo Número de Froude corresponden a relaciones de llenado cercanas al 30%. Por ésta razón, se puede determinar que el comportamiento de las profundidades subsecuentes depende de la pendiente, del Número de Froude y del caudal. Por consiguiente se realizó una regresión multivariable con éstos tres parámetros y se obtuvo que la aproximación que describe mejor el comportamiento empírico de las profundidades subsecuentes del resalto hidráulico depende de las dos ecuaciones mostradas a continuación:

$$y_2 < D \quad \frac{y_2}{y_1} = 2.473 * \left( \frac{Q}{Q_{\max}} \right)^{-0.971} \left( \frac{S}{S_{\max}} \right)^{0.691} \quad (20)$$

el  $R^2$  de la ecuación 20 es de 85.3%.

$$y_2 > D \quad \frac{y_2}{y_1} = 1.819 * \left( \frac{Q}{Q_{\max}} \right)^{-0.618} \left( \frac{S}{S_{\max}} \right)^{0.204} \quad (21)$$

el  $R^2$  de la ecuación 21 es de 90.7%.

Se observa que cuando la profundidad subsecuente aguas abajo del resalto es menor el diámetro, el

parámetro más relevante es la pendiente con un porcentaje de 63 %, mientras que el caudal tiene un peso de 37%. Para  $y_2$  mayor al diámetro, el peso del caudal pasa a ser de 75.2% y la pendiente tiene un peso 24.8%, lo que permite inferir la importancia que adquiere el caudal de entrada cuando la altura subsecuente aguas abajo del resalto es mayor al diámetro.

Adicionalmente, al usar esta ecuación en otros escenarios (variación en el diámetro, la pendiente y el caudal), se establece una limitación en el rango de validez de las ecuaciones para los siguientes casos:

**Tabla 2. Ecuaciones para el cálculo de las profundidades subsecuentes del resalto.**

Rango de validez		
d (m)	y/d (-)	S (-)
0.150	0.47 - 0.70	0.200
	0.35 - 0.38	0.300
0.200	0.29 - 0.38	0.01
	0.33 - 0.35	0.015
	0.26 - 0.28	0.02
	0.33 - 0.36	0.2
	0.27 - 0.28	0.3
0.250	0.21 - 0.26	0.01
	0.20 - 0.25	0.015
	0.20 - 0.24	0.02
	0.19 - 0.23	0.025
	0.19 - 0.23	0.03
	0.19 - 0.2	0.04
	0.25 - 0.69	0.08
	0.44 - 0.70	0.09
0.300	0.41 - 0.47	0.1
	0.16 - 0.20	0.01
	0.16 - 0.19	0.015
	0.15 - 0.19	0.015
	0.15 - 0.19	0.02
	0.15 - 0.18	0.025
	0.15 - 0.18	0.03
	0.15 - 0.18	0.04
	0.15 - 0.17	0.05
	0.15 - 0.70	0.06
0.350	0.14 - 0.7	0.07
	0.38 - 0.43	0.08
	0.35 - 0.39	0.09
	0.33 - 0.36	0.1
	0.13 - 0.16	0.01
	0.13 - 0.15	0.015
	0.13 - 0.15	0.02
	0.13 - 0.15	0.025
	0.13 - 0.15	0.03
	0.12 - 0.15	0.04
0.350	0.12 - 0.7	0.05
	0.12 - 0.43	0.06
	0.12 - 0.38	0.07

Rango de validez		
d (m)	y/d (-)	S (-)
	0.12 - 0.35	0.08
	0.12 - 0.32	0.09
	0.12 - 0.30	0.1

En la Tabla 2 se observa que el rango de validez de los resultados obtenidos con la Ecuación 20 y la Ecuación 21 se encuentra para parámetros de entrada similares a los del montaje evaluado; es decir, diámetros cercanos a 250 mm y pendientes bajas.

### Análisis del comportamiento de la longitud del resalto hidráulico

La longitud en el resalto hidráulico se analiza respecto a la pendiente y a la relación entre las profundidades subsecuentes. Éste análisis se realizó también comparando el Número de Froude, sin embargo el coeficiente de determinación calculado no era tan alto respecto a un análisis sin el Número de Froude.

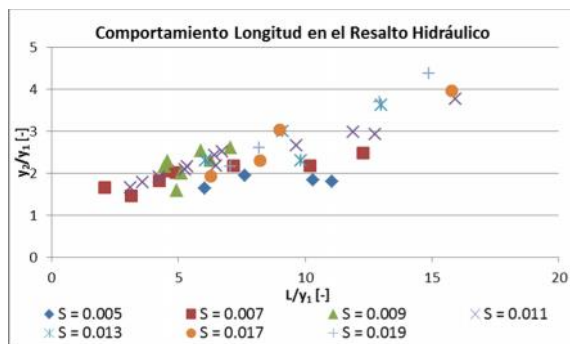


Figura 18. Comportamiento de la longitud en el Resalto Hidráulico.

En la Figura 18 se observa cierta tendencia a que con el aumento de la pendiente en el modelo experimental, la pendiente de cada curva va aumentando. Por lo tanto, se puede establecer que la longitud del resalto hidráulico está relacionada con la relación entre las profundidades subsecuentes y la pendiente, por lo cual, usando la función `cftool` de Matlab se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{L}{y_1} = 0.2394 * S^{-0.4342} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{1.674} \quad (22)$$

La ecuación 22 tiene un coeficiente de determinación de 70.7% y un EMC de 1.974.

### Análisis del comportamiento de disipación de energía

Para analizar la eficiencia del resalto hidráulico, se desarrolla el análisis de disipación de energía en el cual se compara la variación del Número de Froude y la relación entre las profundidades subsecuentes respecto a la disipación de Energía para diferentes caudales, obteniendo las siguientes gráficas:

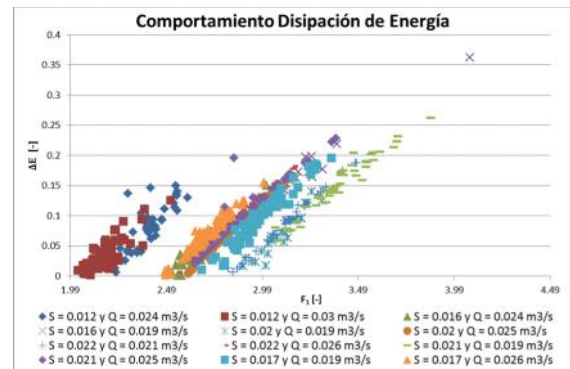


Figura 19. Comportamiento Disipación de Energía.

En la Figura 19 se observa que la relación entre el Número de Froude y la disipación de Energía es lineal y directamente proporcional. El aumento de la pendiente y del caudal afectan el valor del Número de Froude pero no afectan el valor de la disipación de Energía.

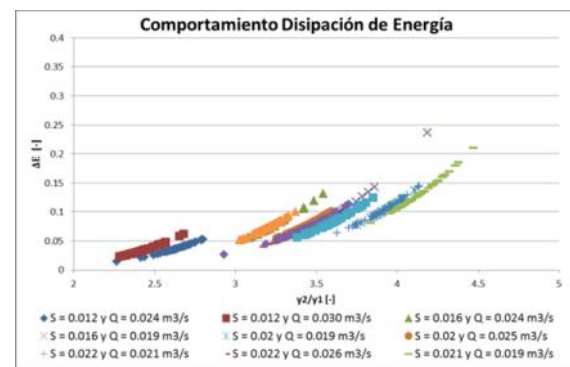


Figura 20. Comportamiento Disipación de Energía.

En la Figura 20 se observa que el comportamiento entre la relación de las profundidades subsecuentes y la disipación de energía también es directamente proporcional; sin embargo el crecimiento no es lineal, sino que tiende a aumentar lento al inicio (para valores de la disipación de energía bajos) y aumentar más rápido para valores de la disipación de energía más altos.

Con las gráficas anteriores se puede establecer una clara relación entre la disipación de energía, el Número de Froude y la relación entre las profundidades subsecuentes; por lo tanto usando la

función **cftool** de Matlab se obtiene la siguiente regresión potencial:

$$\Delta E = 0.4337 \left( \frac{F_1}{F_{1max}} \right)^{8.289} \left( \frac{\left( \frac{v_1}{v_2} \right)}{\left( \frac{v_1}{v_2} \right)_{max}} \right)^{-4.848} \quad (23)$$

La ecuación obtenida tiene un coeficiente de determinación de 84.5%, con lo cual se establece que la Ecuación 22 representa de manera apropiada el comportamiento de la disipación de energía.

### Análisis del comportamiento de la distribución de velocidades

Para entender el comportamiento de la velocidad en la zona de un resalto hidráulico en la tubería, se realizaron dos tipos de análisis; el primer análisis se basa en determinar la importancia de los diferentes componentes de la velocidad ( $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ ) respecto a la magnitud total de la velocidad, con lo cual se puede definir si la dirección de cada partícula se ve afectada por los remolinos generados en el resalto. El segundo análisis evalúa si existe mayor varianza en la toma de datos medidos cerca al fondo del canal o a la superficie del resalto.

La importancia de cada uno de los componentes de la velocidad se observa en la Figura 21:

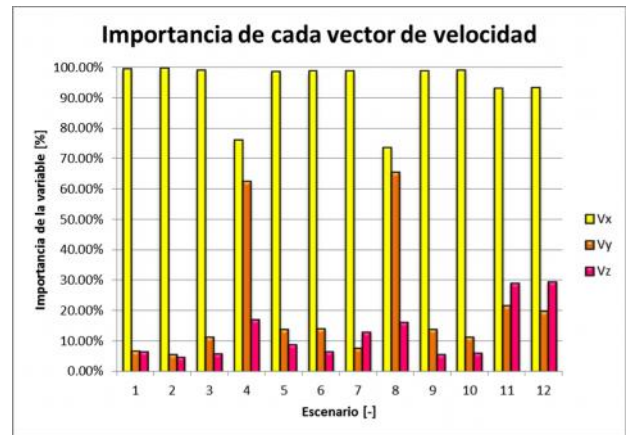


Figura 21. Importancia de los diferentes componentes de la velocidad.<sup>3</sup>

En la Figura 21 se observa que en la mayoría de casos, el vector de la velocidad en el eje x corresponde a más del 90% de la magnitud total de la velocidad, es decir, que a pesar de los remolinos generados en el resalto hidráulico, la velocidad que rige el comportamiento de las partículas es la velocidad en x.

Para determinar cómo era el comportamiento de la distribución de velocidades en el resalto hidráulico se realizó un análisis de varianza de datos respecto a la posición de los puntos medidos. El análisis se realizó comparando la desviación estándar de cada uno de los puntos de medición en el perfil vertical y en el perfil transversal; sin embargo, la tendencia solo se presentó en el análisis de los datos realizado en el perfil vertical.

Tabla 3. Escenarios evaluados para la distribución de las velocidades.

# Escenario	S (-)	Q (m³/s)
1	0.012	0.024
2	0.012	0.030
3	0.016	0.019
4	0.016	0.024
5	0.017	0.019
6	0.017	0.026
7	0.020	0.020
8	0.020	0.025
9	0.021	0.019
10	0.021	0.025
11	0.022	0.021
12	0.022	0.026

Tabla 4. Análisis de la distribución de velocidad en resaltos hidráulicos en tuberías.

Comportamiento de la Distribución de Velocidades						
ID	Desviación (cm/s)	Media (cm/s)	Per 20 (cm/s)	Per 80 (cm/s)	Diferencia (cm/s)	F/S
1	116.754	20.14	-114.922	127.328	242.25	S
7	106.422	55.754	-104.07	131.95	236.02	S
11	15.079	0.458	-10.468	8.344	18.812	F
12	12.006	1.373	-8.554	10.902	19.456	F
19	26.988	12.844	-4.16	31.53	35.69	F
21	75.603	-81.099	-124.214	-83.952	40.262	S
22	113.024	0.34	-106.296	126.696	232.992	S
25	41.805	46.208	18.716	80.218	61.502	F
26	29.425	61.574	36.064	84.764	48.7	F
29	77.229	-52.719	-108.232	32.742	140.974	S

<sup>3</sup> Cada ID del escenario se explica en la Tabla 3.

<b>Comportamiento de la Distribución de Velocidades</b>						
ID	Desviación (cm/s)	Media (cm/s)	Per 20 (cm/s)	Per 80 (cm/s)	Diferencia (cm/s)	F/S
30	113.509	-10.516	-110.51	127.55	238.06	S

En la Tabla 4 se observan dos letras diferentes; F hace referencia a aquellos puntos medidos cerca al fondo de la tubería y S hace referencia a aquellos puntos que fueron medidos lejos del fondo de la tubería. Además existen 6 columnas; la primera columna hace referencia al ID del punto de medición; la segunda columna a la desviación estándar de todos los datos tomados en cada punto de medición; la tercera columna hace referencia a la media de todos los datos tomados en cada punto de medición; la cuarta y quinta columna representan los percentiles 20 y 80 de la muestra respectivamente, para lo cual se organizaron los datos de menor a mayor. Por último la sexta columna hace referencia a la diferencia que hay entre el percentil 80 y el percentil 20. Con éstos resultados se puede observar que aquellos puntos que se encuentran cercanos al fondo del canal presentan menor desviación estándar y menor diferencia entre el percentil 20 y 80, mientras que aquellos puntos que se encuentran lejos del fondo de la tubería tienen desviaciones y diferencias mayores. Por lo tanto, se puede concluir que aquellos puntos cercanos al fondo de la tubería presentan menor variación de datos, es decir, menor turbulencia, y menor variación en la dirección de las partículas, mientras que los puntos medidos lejos del fondo de la tubería presentan mayor variación en la dirección de las partículas. Esto es consistente con la teoría de distribución de velocidades en tuberías a presión, en donde la variación de la velocidad en el fondo de la tubería es cero.

## CONCLUSIONES

- En todas las metodologías estudiadas de resaltos hidráulicos en tuberías, se observa que siempre que aumente el valor en el Número de Froude, la relación entre las profundidades subsecuentes será mayor.
- El valor del Número de Froude para pendientes más altas es mayor, lo cual también aumenta la relación entre las profundidades subsecuentes en el resalto.
- Según las metodologías estudiadas de resaltos hidráulicos en tuberías, a mayor Número de Froude, la longitud del resalto será mayor.
- Para las pendientes del montaje menores a 0.010, la estabilidad del resalto es muy baja, y no se puede ubicar exactamente en la zona requerida

para la medición; además los resaltos hidráulicos son muy inestables y no se puede identificar claramente cuál es la longitud del resalto, ya que no existe una clara diferencia entre la profundidad aguas arriba y aguas abajo del resalto hidráulico. Esto ocurre ya que el Número de Froude aguas arriba del resalto es muy bajo, y no permite generar la fuerza suficiente para presentar un resalto hidráulico estable.

- Cuando las pendientes en el resalto son mayores a 0.010, pero el caudal es menor o igual a 0.01 m<sup>3</sup>/s, el resalto también es débil y no se puede identificar la longitud ni las profundidades subsecuentes en el resalto claramente.
- Para caudales mayores a 0.05 m<sup>3</sup>/s, el perfil del resalto hidráulico empieza a generar muchas ondas en la zona subcrítica; y el resalto deja de ser estable ya que la profundidad aguas abajo del resalto se acerca a la zona de flujo cuasicrítico.
- A mayor pendiente, aumenta el valor en los Números de Froude, y la longitud del resalto aumenta con un aumento muy leve en este número.
- El comportamiento de la profundidad subsecuente aguas abajo del resalto hidráulico en tuberías depende del caudal, de la pendiente y de la profundidad subsecuente aguas arriba.
- La longitud del resalto hidráulico en tuberías depende de las profundidades subsecuentes del resalto y de la pendiente medida.
- La disipación de energía depende del Número de Froude y de la relación entre las profundidades subsecuentes, lo cual sucede en los resaltos hidráulicos que ocurren en canales rectangulares.
- La velocidad principal que rige la dirección de las partículas ubicadas en los remolinos del resalto hidráulico es la velocidad en x.
- La distribución de velocidades cercana al fondo del canal es más estable que la presentada en puntos cercanos a la superficie del resalto, donde se presenta mayor turbulencia.

## RECOMENDACIONES

### Recomendaciones de diseño

A continuación se presentarán algunas recomendaciones para el diseño de tuberías de alcantarillado de 250 mm de diámetro y que presenten el riesgo de la formación de un resalto hidráulico, con el fin de evitar el fenómeno de sobrecarga en la tubería:

- Para un diámetro de 250 mm y cualquier pendiente, se deben evitar caudales mayores a 50 L/s.
- Para pendientes menores a 1.5 %, se pueden permitir caudales menores a 50 L/s.
- Para pendientes entre 1.5 % y 1.9 %, no se deben permitir caudales mayores a 20 L/s.
- Para pendientes mayores a 2 %, la tubería se presuriza con caudales iguales o mayores a 20 L/s.
- Con pendientes superiores a 2%, se debe evitar cualquier obstáculo en el flujo aguas abajo de la tubería, ya que la velocidad del flujo hace que se generen resaltos hidráulicos con caudales bajos.
- Se deben evitar Números de Froude superiores a 2.0 para evitar resaltos hidráulicos que generen sobrecarga en la tubería.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- Akan, A. O. (2006). Open Channel Hydraulics. Canada: ELSEVIER.
- FHWA. (2006).“Hydraulic Design of Energy Dissipators for Culverts and Channels”, Hydraulic Engineering Circular, 6-1 a 6-14.
- French, R. H. (2007). Open Channel Hydraulics. Colorado, USA: Copyright.
- Ghamry, H. K., Shames, A., & Branch, F. (2002).“Hydraulic Jumps in Circular Conduits.” Québec: CSCE.
- Gonzales Rodríguez, M. (1992). “Estudio Experimental de Flujos Disipativos: I. Resalto Hidráulico.” Cantabria: Universidad de Cantabria.
- Hager, W. H. (1990). “Critical Flow” Wastewater Hydraulics, pp. 137-172.
- Kindsvater, E. W. (1938). “Hydraulic Jump In Enclosed Conduits”. Engineering News Record, pp. 815-817.
- Rajaratnam, N. (1965). “Hydraulic Jump in Horizontal Conduits.” Water Power, pp. 80 - 83.
- Silvester, R. (1964). “Hydraulic Jump in all Shapes of Horizontal Channels” Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp. 23-55.
- Smith, C. D., & Chen, W. (1989).“The hydraulic jump in a steeply sloping square conduit.” Journal of Hydraulic Research, pp. 385-399.
- Stahl, H., & Hager, W. H. (1999).“Hydraulic jump in circular pipes.” Canadian Journal of Civil Engineering, pp. 368 -373.
- Sturm, T. W. (2010). Open Channel Hydraulics. Singapore: McGraw-Hill.